БЕБРАС – 2022

Відповіді та вказівки до розв’язування завдань

Зміст

Передмова

У цьому збірнику ви знайдете відповіді та вказівки до розв'язування всіх завдань конкурсу «Бебрас-2022» в Україні.

Змагання проходили у наступних вікових групах:

- **Бобреняточко: 2-3 класи;**
- **Бобренятко: 4-5 класи;**
- **Бобреня: 6-7 класи;**
- **Бобрик: 8-9 класи;**
- **Бобер: 10-11 класи**.

Підсумки проводились по кожному класу окремо.

Однотипні задачі розглядаються, починаючи з завдань для молодших вікових груп.
Потрібну задачу легко знайти, клікаючи по її назві у змісті на початку збірника.
Радимо розбирати розв'язки задач, використовуючи демоверсію завдань 2022 року. Її можна завантажити у архіві завдань на сайті конкурсу: http://bober.net.ua/page.php?name=archive&

У цьому році використано задачі, запропоновані авторами з наступних країн:
Бразилія, В'єтнам, Індія, Ірландія, Латвія, Німеччина, Нова Зеландія, Польща, Швейцарія, Чехія, Японія.

Завдання цьогорічного конкурсу від України підготували:

Галина Гапиченко (Міська станція юних техніків, м. Миколаїв),
Володимир Ксьондзик (СЗШ №9, м. Львів),
Надія Манько (Яворівський ЗЗСО №2, Львівська обл.)
Ростислав Шпакович (Львівський фізико-математичний ліцей).

Конкурс «Бобер-2022» розпочався:

1. Задача «Малювання»

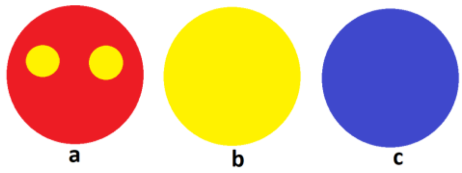
автор – Надія Манько, м. Яворів, Львівська обл.

У середовищі графічного редактора бобренята використовують операцію заливання фігури одного кольору іншим.

Наприклад, три круги на малюнку **а)** можна залити синім кольором за дві операції:

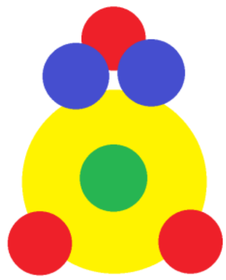
1) *Вибрати жовтий колір та залити ним червоний круг – малюнок* **b)**.

2) *Отриманий жовтий круг залити синім кольором - малюнок* **c)**.



А) Задача для 2-5 класів

Допоможіть бобренятам залити зеленим кольором сім кругів на малюнку справа. Зробіть це за мінімальну кількість заливань.



Розв'язування:

Оскільки нам потрібно позбутись жовтого, синього та червоного кольорів, мінімальна кількість заливань – три.

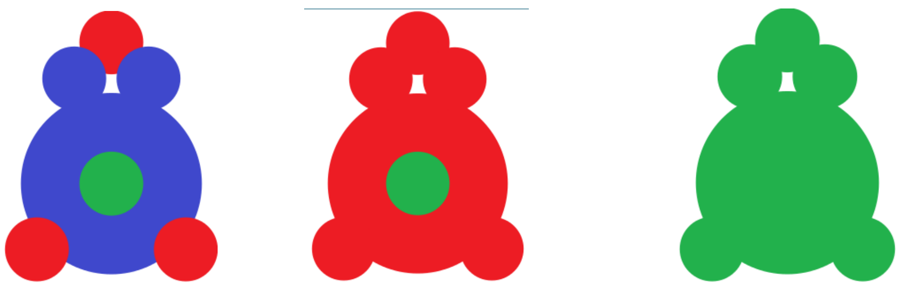
Тому, на кожному кроці потрібно позбуватись одного кольору, і при цьому отримувати єдину фігуру вибраного кольору.

Послідовність заливань, яка дозволяє розв'язати задачу за три операції:

1) Заливаємо жовту фігуру синім кольором. Отримуємо єдину синю фігуру.

2) Заливаємо синю фігуру червоним кольором.Отримуємо єлину червону фігуру.

3) Заливаємо червону фігуру зеленим кольором.



Такий спосіб розв'язування задач за мінімальну кількість операцій називається жадібним алгоритмом. Найголовніше – знайти ідею жадібної реалізації. Задачі на знаходження та реалізацію жадібного алгоритму часто зустрічаються на олімпіадах з програмування.

Ця задача виявилась однією з найважчих. За три операції її розв'язали 21% учнів.

Ще 31% учнів отримали розв'язок за 4 операції.

Зауважимо, що дуже подібна задача з такою ж назвою була і минулого року. Якби учні під час підготовки до конкурсу розв'язували задачі минулорічного пакету, результати були б набагато кращими.

Просимо врахувати це. Ми і надалі будемо використовувати ідеї найкращих задач минулих років.

Б) Задача для 6-9 класів

Допоможіть бобренятам залити пурпуровим кольором всі фігури на малюнку справа. Зробіть це за мінімальну кількість заливань.

Розв’язування:
Можна використати цю ж ідею, що і у задачі для молодших учнів – на кожному кроці позбуватись одного з кольорів.
Оскільки різних кольорів п’ять, мінімальна кількість операцій заливання – чотири.
Наприклад, за перші два заливання можна синю та зелену фігури замалювати у жовтий колір:

Завершіть задачу самостійно.
Правильний розв’язок за 4 ходи отримали від 32% шестикласників до 41% дев’ятикласників.

В) Задача для 10-11 класів

Допоможіть бобренятам залити зеленим кольором всі фігури на малюнку справа. Зробіть це за мінімальну кількість заливань.

Розв’язування:
Тут немає єдиної фігури певного кольору. Тому, на першому кроці потрібно отримати таку фігуру. На наступних чотирьох кроках використовуємо такий же алгоритм, як у попередній задачі. Наприклад:

1) Заливаємо більшу зелену фігуру червоним кольором. Отримуємо єдину червону фігуру.
2) Отримуємо єдину синю фігуру.

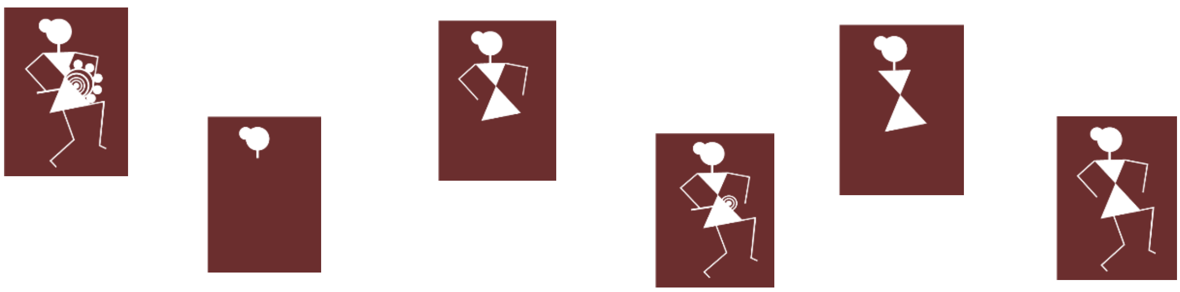
Виконайте наступні три операції самостійно.
За 5 операцій завдання виконали 33% старшокласників.

2. Живопис Варлі

автор - Анупама Сівакумар, Індія
(2-5 класи)

Харіка вивчає техніку живопису індійського племені Варлі.
Вона хоче намалювати фігуру, яку зображено справа:

Вчитель зобразив послідовність створення цієї фігури на шести картках.
Харіка розставила ці картки на своєму столі:



Допоможіть їй розставити картки зліва направо у послідовності створення малюнка.
Підказка:
Кожний наступний малюнок повинен містити всі елементи попереднього малюнка.
 Ця задача була найлегшою. Її розв’язали 95% учнів.

3. Де діамант?

автор - Бернадетте Шпілер, Швейцарія
(2-7 класи)

Ліля має три пронумеровані торбинки.
У першу вона поклала мармурову кульку,
у другу — діамант, а у третю — зім’ятий листок паперу.

Її подруга Іринка може взяти одну з торбинок. Вона бачила, як Ліля розклала предмети. Тому Ліля непомітно робить такі три перестановки:

1. Міняє місцями предмети у першій та другій торбинках.
2. Міняє місцями предмети у першій та третій торбинках.
3. Міняє місцями предмети у третій та другій торбинках.

Розставте предмети по торбинках, у яких вони знаходяться після цих перестановок.

Розв’язування:
Оскільки задача інтерактивна, найпростіший спосіб розв’язування – просто послідовно виконати ці три перестановки.
Відповідь на малюнку справа:

Правильно розставили всі предмети від 52% другокласників до 68% семикласників.

4. Впорядкування

автор - Леонардо Кавалканте, Бразилія
(2-3 класи)

Петрик наводить порядок у своїй кімнаті.
Він ставить поряд пари предметів, які мають спільне призначення.
Спочатку він поставив поряд шкарпетки і черевики.

Потім Петрик сформував ще чотири пари з наступних дев’яти предметів:

Який предмет залишився без пари:

A)


B)


C)


D)


Відповідь: B).
Задачу розв’язали 76% учнів.

5. Погода

автор – Бернадетте Шпілер, Швейцарія

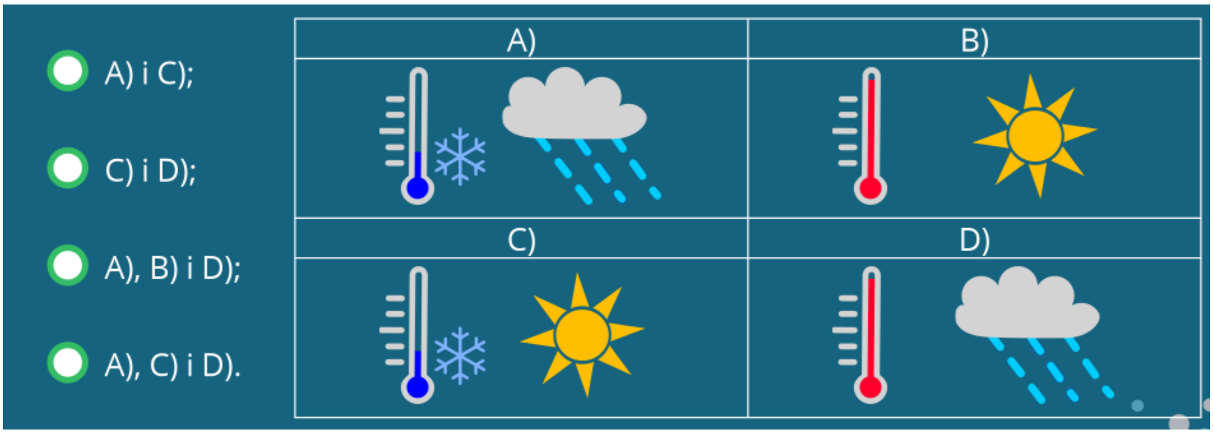
(2-3 класи)

Джеймі проживає у Англії. У своєму електронному щоденнику погоди вона щовечора вибирає два малюночки. На першому малюнку зображено, яким був день - теплим чи холодним. Другий малюнок означає, чи падав сьогодні дощ, чи дощу не було.

Джеймі вважає погоду традиційною для Англії, якщо виконувалось хоча б одне з двох тверджень:

1) “День був холодним”;
2) “Падав дощ”.

Які з можливих варіантів щоденної погоди Джеймі вважає традиційними для Англії? Виберіть правильну відповідь.



Відповідь: A), C) і D).

Задачу розв’язали 40% учнів.

6. Колам

автор – Анупама Сівакумар, Індія

(2-9 класи)

Колам — це орнамент, який люблять малювати дівчатка у південній Індії.

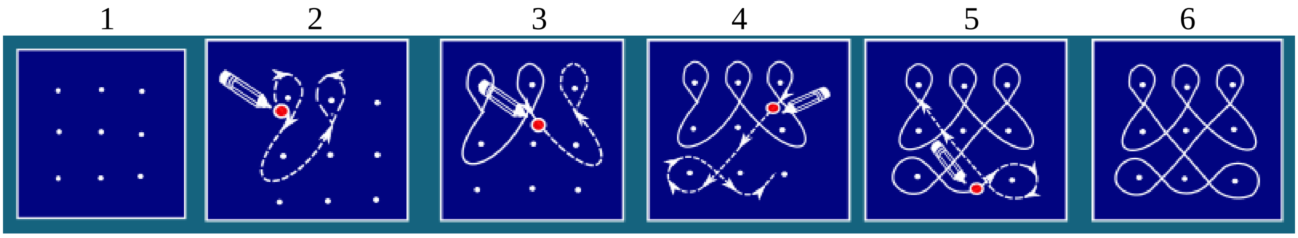
Спочатку розставляються точки. Потім однією неперервною лінією потрібно обвести кожну точку. Лінія повинна закінчуватися у початковій точці.

Лінія може самоперетинатися, але всі повороти повинні бути плавними. Наприклад:

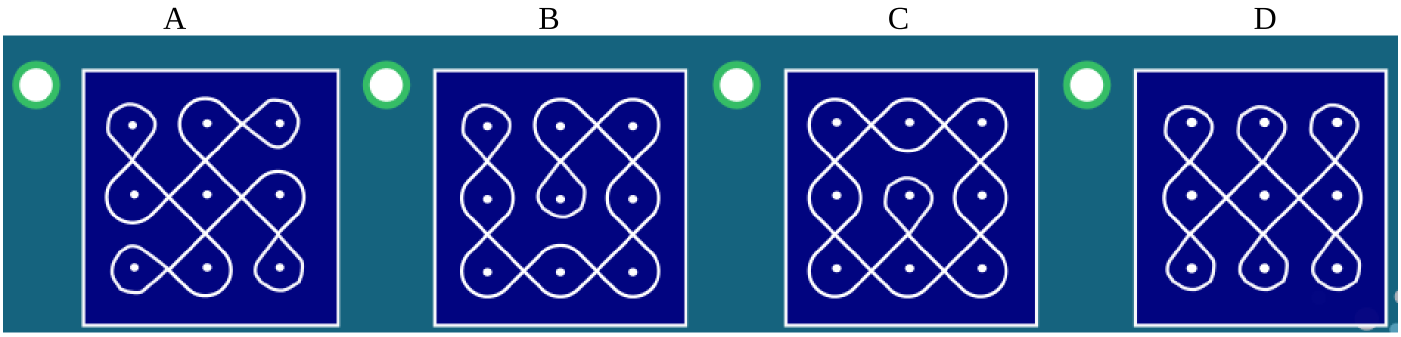
Такий поворот малювати можна.

Такий поворот малювати не можна.

Приклад правильної побудови коламу для дев’яти точок:



Вкажіть, який з наступних коламів неможливо намалювати згідно правил:



Відповідь. Неможливо намалювати колам C. Він складається з двох незв’язаних фігур.

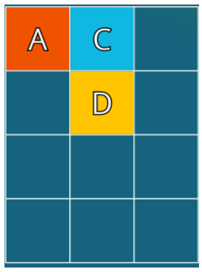
Правильну відповідь дали від 36% другокласників до 41% дев’ятикласників.

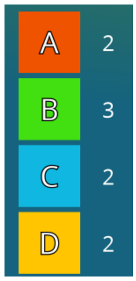
7. Мозаїка

автор – Ростислав Шпакович, Львів

А) Задача для 2-5 класів

Стінку розмірами 3*4 потрібно викласти плитками чотирьох кольорів.
Є по три плитки кожного кольору. Три плитки вже поставлено:





Допоможіть розставити ще 9 плиток.
Плитки однакового кольору не можна класти поруч.
Наприклад, у верхньому правому кутку не можна покласти плитку кольору C або D.

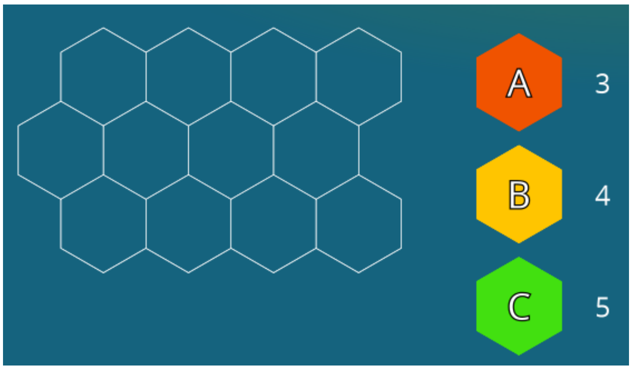
Відповідь:

A	C	A
B	D	B
C	A	C
D	B	D

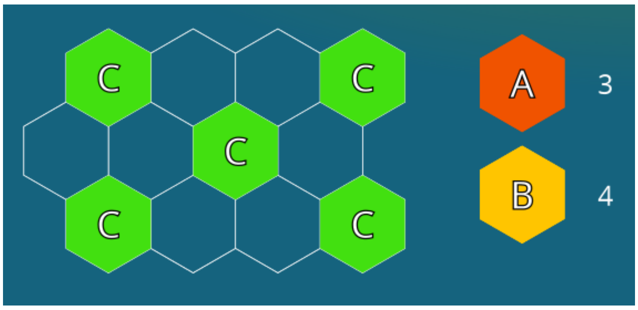
У другому класі задачу розв’язали 89% учнів, у п’ятому класі – 93%.

Б) Задача для 6 - 11 класів

Фрагмент стіни потрібно покрити дванадцятьма шестикутними плитками згідно вказаної схеми.
Є 3 плитки кольору A, 4 плитки кольору B та 5 плиток кольору C.
Плитки однакового кольору не можна класти поруч.



Підказка:
Найкраще спочатку розставити 5 зелених плиток. Існує лише один варіант їх розміщення:

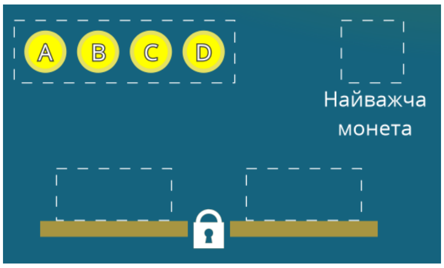


Задачу розв’язали від 78% шестикласників до 93% одинадцятикласників.

8. Монети

автор – Ростислав Шпакович, Львів

А) Задача для 2-3 класів



Є чотири золоті монети. Всі вони різні за вагою.
Виявіть найважчу монету за три зважування на шалькових терезах.
Розмістіть цю монету у відповідному квадратику справа.

Розв’язування:
Один з найпростіших способів:
1) Поставити на різні шальки терезів по одній монеті (наприклад, A і B).
2) Відкинути легшу з них. Поставити на її місце наступну неперевірену монету (C).
3) Знову відкинути легшу з них. Поставити на її місце останню неперевірену монету (D).

Задачу розв’язали 74% учнів.

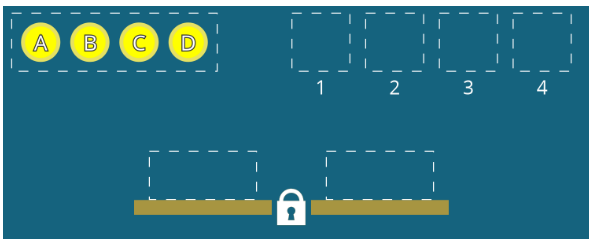
Б) Задача для 4-5 класів

Є чотири золоті монети. Всі вони різні за вагою.
Виявіть найважчу та найлегшу монети за чотири зважування на шалькових терезах.
Розмістіть ці монети у відповідних квадратиках справа.

Розв’язування:
1) Порівнюємо монети A і B. Важча з них є кандидатом на найважчу монету, а легша монета – кандидатом на найлегшу.
2) Аналогічну операцію повторюємо для монет C і D.
3) З двох важчих монет у перших двох зважуваннях визначаємо найважчу монету.
4) З двох легших монет у перших двох зважуваннях визначаємо налегшу монету.

Задачу розв’язали 56% учнів.

В) Задача для 6-7 класів

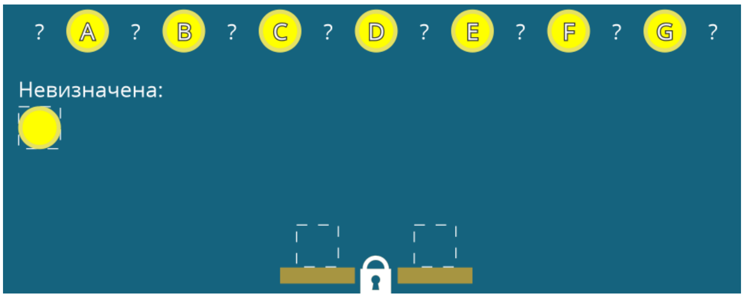


Є чотири золоті монети. Всі вони різні за вагою.
Розмістіть всі монети зліва направо за зростанням ваги.
Тобто, найлегшу монету потрібно розмістити у першому квадратику, а найважчу - у четвертому.
Дозволяється зробити не більше п’яти зважувань на шалькових терезах.

Один з способів розв'язування:
За перші 4 зважування знаходимо найважчу та найлегшу монети і ставимо їх у відповідні квадратики (задача для 2-3 класів).
За останнє зважування визначаємо позиції двох монет, що залишились.
Задачу розв'язали 54% учнів.

Г) Задача для 8-9 класів

Є вісім золотих монет. Всі вони різні за вагою.
Сім монет A, B, C, D, E, F, G вже впорядковані за зростанням ваги.
Поставте восьму монету на відповідне місце у цьому ряді.
Тобто, всі монети зліва від неї повинні бути легшими, а всі монети справа — важчими.
Дозволяється зробити лише три зважування на шалькових терезах.



Розв'язування.
Ця задача може бути використана при ознайомленні учнів з методом бінарного пошуку.
Його суть полягає у тому, що на кожному кроці діапазон пошуку скорочується вдвічі.

1. Порівнюємо невизначену монету з середньою монетою D. Якщо монета D важча, то невизначена монета повинна лежати зліва від неї, інакше – справа від неї.
2. Якщо невизначена монета легша від монети D, тоді середньою монетою стає монета B. За друге зважування визначаємо розташування невизначеної монети відносно монети B.
3. Під час останнього зважування визначаємо положення невизначеної монети відносно останньої монети, що залишилась.

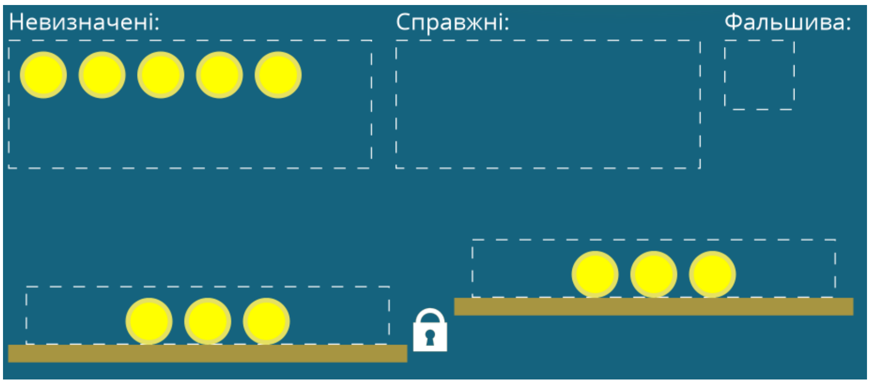
Задачу розв'язали 55% учнів.

Д) Задача для 10-11 класів

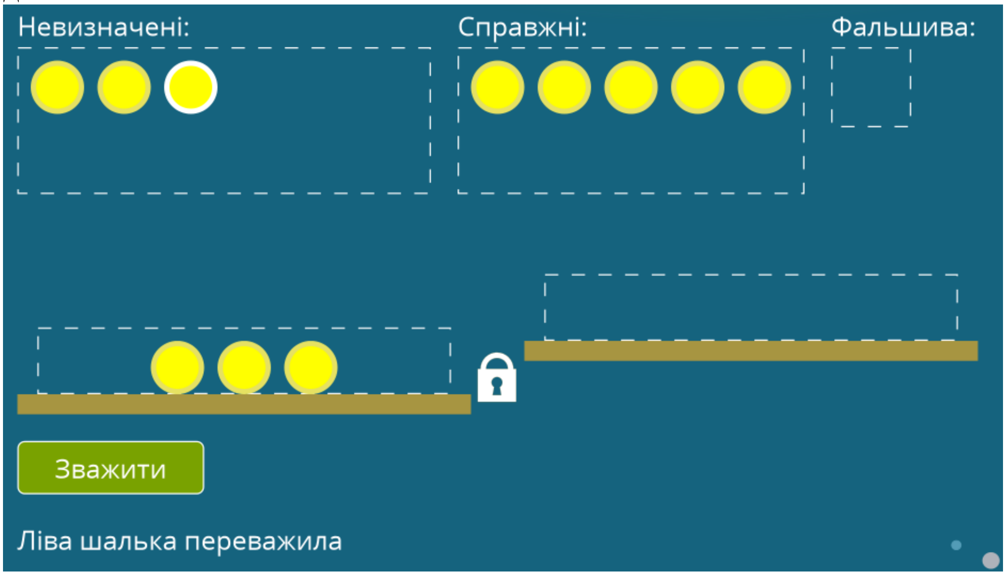
Є десять справжніх монет і одна фальшива, яка відрізняється вагою від справжніх.
Потрібно виявити фальшиву монету за три зважування на шалькових терезах.
Розмістіть справжні та фальшиву монети у відповідних прямокутниках:

Вказівки до розв'язування:

1. Ставимо на шальки терезів по три монети. Нехай ліва шалька переважила:



2. Це означає, що всі п’ять монет, які ще не зважувались – справжні. Тому переставляємо їх у прямокутник для справжніх монет. Три монети з правої шальки повертаємо у прямокутник для невизначених монет



3. На праву шальку ставимо три справжні монети.
   Нехай ми отримали рівновагу. Це означає, що три монети на лівій шальці теж справжні. Отже, фальшива монета легша за вагою, і зараз знаходиться серед трьох монет у прямокутнику для невизначених монет. Виявити її за одне зважування не складно.

Отримайте розв’язок для інших результатів зважувань самостійно.

Задачу розв’язали 57% учнів.

9. Вежі

автор - Ростислав Шпакович, Львів

А) Задача для 2-3 класів

Є три осі. На ліву вісь нанизано 4 кільця різних розмірів. За один хід можна переставляти лише одне верхнє кільце. Переставте ці кільця на праву вісь за мінімальну кількість ходів. Під час проміжних ходів можна ставити кільця одне на одне у довільному порядку. Але після останнього ходу всі кільця повинні бути впорядкованими за їхнім розміром — від найбільшого знизу до найменшого зверху.

Вказівки до розв’язування:

Мінімальна кількість переставлянь досягається за допомогою наступного алгоритму:

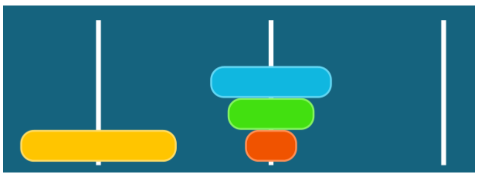
Всі кільця, які менші за найбільше і спочатку знаходятьтся над ним, потрібно поставити на проміжну вісь від набільшого зверху до найменшого знизу. Таким чином, після трьох перших переставлянь, отримаємо:

За наступні чотири переставляння кожне кільце зразу ставиться на своє місце.

За сім ходів задачу розв’язали 78% учнів.

Б) Задача для 4-5 класів

Умова задачі відрізняється від попередньої лише трохи складнішим початковим розташуванням:



Але алгоритм розв’язування такий же. Потрібно було за чотири переставляння отримати таке розташування:

За наступні чотири переставляння кожне кільце зразу ставиться на своє місце.
Ця задача виявилась набагато складішою. За вісім ходів її розв’язали лише 48% учнів.

В) Задача для 6-7 класів

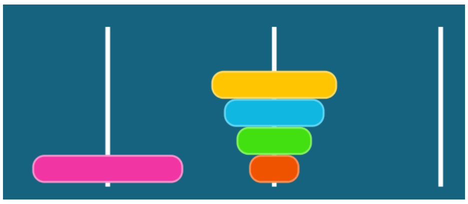
Задача відрізняється від попередньої лише тим, що під найбільшим кільцем є ще одне кільце:

Тому розв’язок стає довшим на один хід.
За дев’ять ходів задачу розв’язали 55% учнів.

Г) Задача для 8-9 класів

Умова задачі відрізняється від попередньої лише трохи складнішим початковим розташуванням:

Потрібно було за п’ять переставлянь отримати таке розташування:



За десять ходів задачу розв’язали 51% учнів.

Д) Задача для 10-11 класів

Задача відрізняється від попередньої лише тим, що під найбільшим кільцем є ще одне кільце:

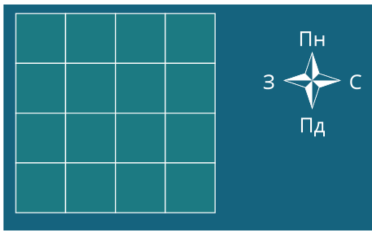
Тому розв’язок стає довшим на один хід.
За одинадцять ходів задачу розв’язали 46% учнів.

10. Морський бій

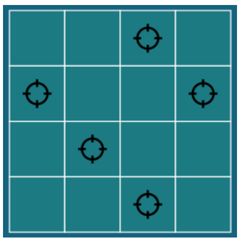
автор – Ростислав Шпакович, Львів

А) Задача для 2-3 класів

Великий ворожий підводний човен знаходиться на вказаній морській ділянці. Відомо, що він займає три сусідні клітинки, розташовані з сходу на захід, або з півночі на південь.
Виберіть 5 клітинок, одночасний удар по яких глибинними бомбами гарантує попадання в човен.



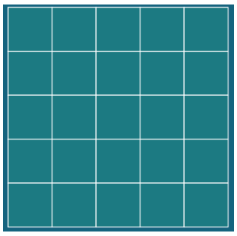
Один з варіантів відповіді на малюнку справа:



Правильно відповіли 83% учнів.

Наступні дві задачі розв'яжіть самостійно:

Б) Задача для 4-5 класів



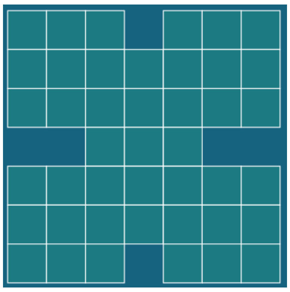
Великий ворожий підводний човен займає чотири сусідні клітинки на такій ділянці:
Виберіть 6 клітинок, одночасний удар по яких глибинними бомбами гарантує попадання в човен.

Правильно відповіли 81 % учнів.

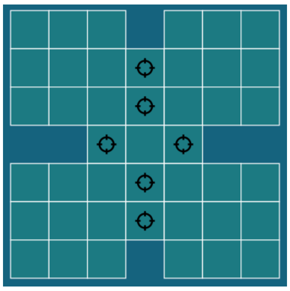
В) Задача для 6-7 класів

Великий ворожий підводний човен займає три сусідні клітинки на цій же ділянці.
Виберіть 8 клітинок, одночасний удар по яких глибинними бомбами гарантує попадання в човен
Правильно відповіли 85 % учнів.

Г) Задача для 8-9 класів



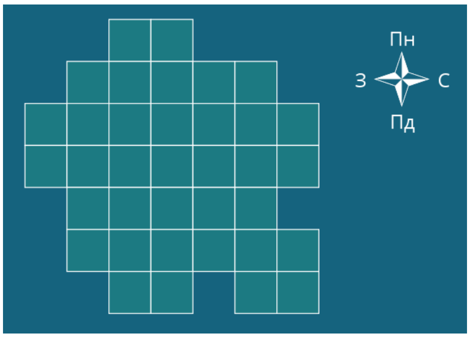
Великий ворожий підводний човен знаходиться на вказаній морській ділянці. Відомо, що він займає чотири сусідні клітинки.
Виберіть 6 клітинок, одночасний удар по яких глибинними бомбами гарантує попадання в човен.



Один зваріантів відповіді:

Правильно відповіли 75 % учнів.

Д) Задача для 10-11 класів



Великий ворожий підводний човен знаходиться на вказаній морській ділянці. Відомо, що він займає три сусідні клітинки.
Виберіть 8 клітинок, одночасний удар по яких глибинними бомбами гарантує попадання в човен.

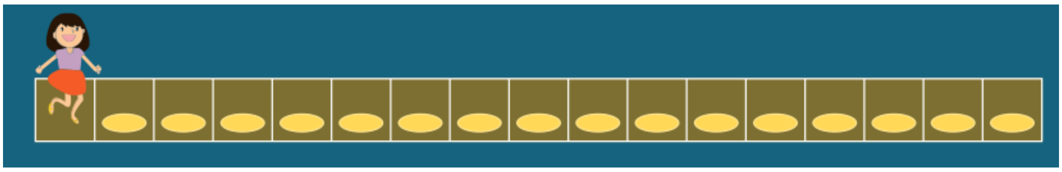
Задачу розв'язали 54% старшокласників.
Ця задача є лише трохи ускладненим варіантом задачі для 6-7 класів. Спробуйте розв'язати їх послідовно.

11. Стрибки

автор – Іржі Ванічек, Чехія
(4-11 класи)

Вірочка грає з подругами у таку гру.
Дівчинка стає на початок доріжки.
У кожній з наступних 16 клітинок лежить по одній монеті.
З кожної клітинки можна зробити або стрибок на 3 клітинки вперед, або стрибок на одну клітинку назад.

Стрибати можна лише у клітинку, у якій ще є монета.
Після стрибка дівчинка зразу ж забирає цю монету.
Допоможіть Вірочці зібрати всі монети за серію з 16 стрибків.



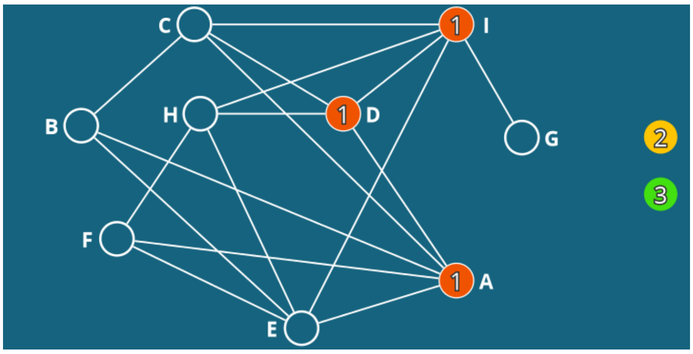
Це одна з найлегших інтерактивних задач. Її розв’язали від 93% третьокласників до 98% одинадцятикласників.

12. Вірус

автор – Масуд Седдігін

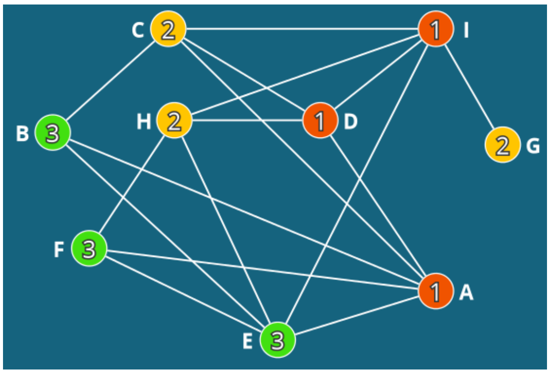
А) Задача для 4-7 класів

Через пандемію вірусу, школу бобренят перевели на навчання онлайн.
Але дев’ять не дуже слухняних друзів не дотримуються правил карантину.
На малюнку показано, які бобренята продовжують зустрічатися щодня.
Наприклад, бобрик **B** щодня зустрічається з бобренятами **C**, **A**, **E**.
На жаль, 1 листопада захворіли троє бобренят — **A**, **D**, **I.**
Якщо не менше половини друзів здорового бобрика вже хворі, то цей бобрик захворіє з наступного дня. Тобто, 2 листопада захворів бобрик **C**, але бобрик **E** ще не захворів.



Позначте всіх друзів мітками з датами днів, у який вони захворіли.

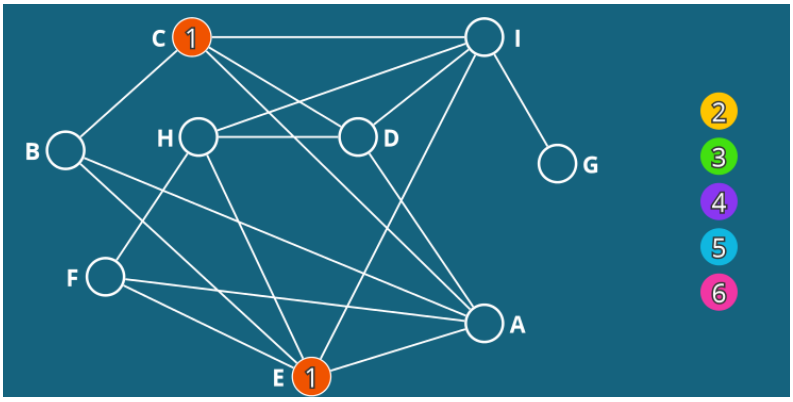
Відповідь:



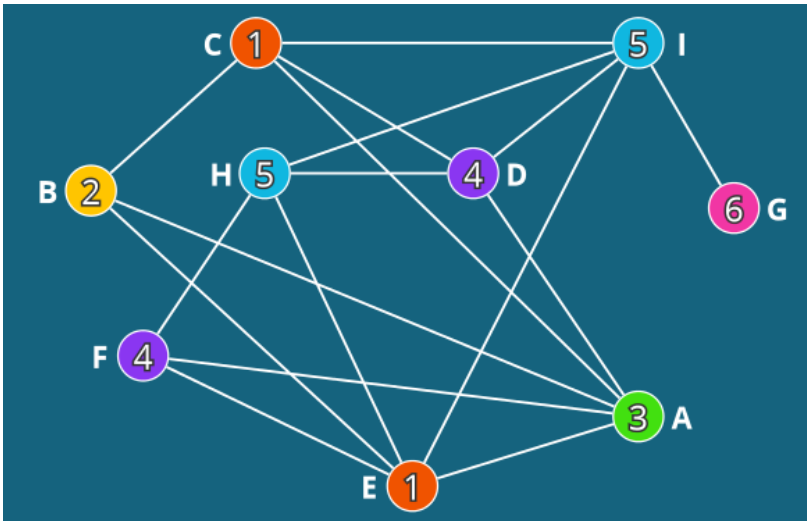
Задача виявилась найважчою. Її розв’язали 22% учнів.

Б) Задача для 8-9 класів

Задача відрізняється від попередньої лише тим, що 1 листопада захворіли двоє бобренят — C, E.



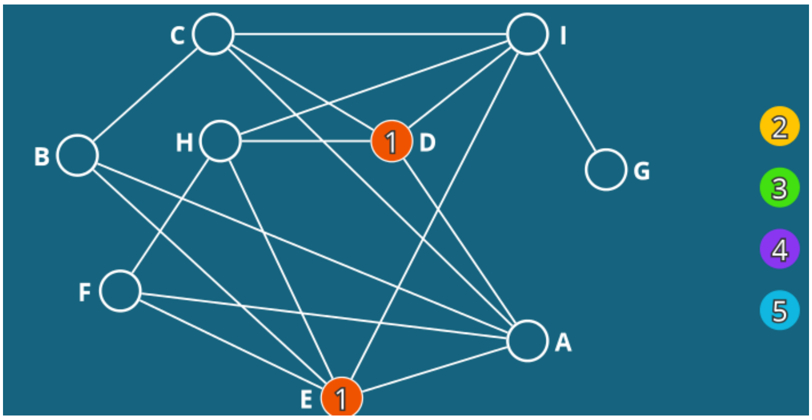
Відповідь:



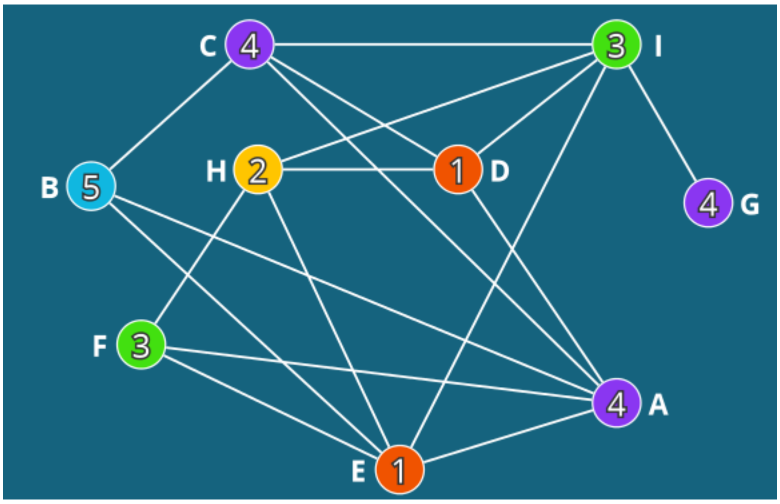
Задачу розв'язали 15% учнів.

В) Задача для 10-11 класів

Відмінність від попередньої задачі у тому, що 1 листопада захворіли бобренята D і E:



Відповідь:



Задачу розв'язали 15% учнів.

13. Пароль

Автор – Сусуму Канемуне, Японія

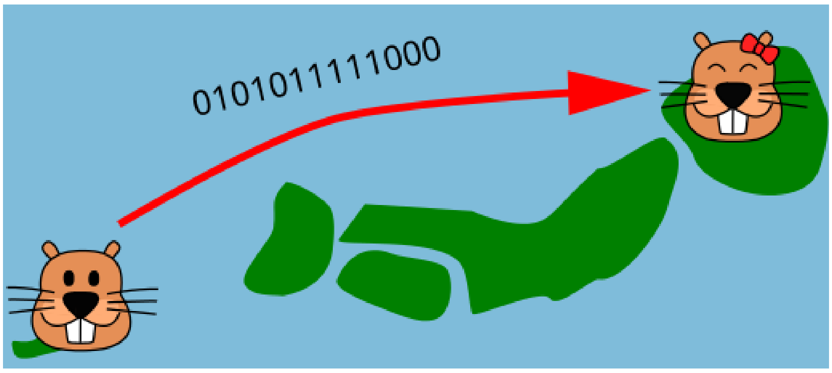
(4-11 класи)

При обміні важливою інформацією бобренята закодовують свої послання символами "0" і "1". Вони домовились кодувати літери свого алфавіту наступним чином:

a=110, b=111, e=10, s=0

Бобрик Бонд дав доступ своїм друзям до важливого файла, для відкриття якого потрібно ввести пароль.

Закодоване повідомлення з цим паролем Бонд вислав додатково:



Введіть цей пароль, натискаючи по черзі на відповідні клавіші.

Відповідь: seebass

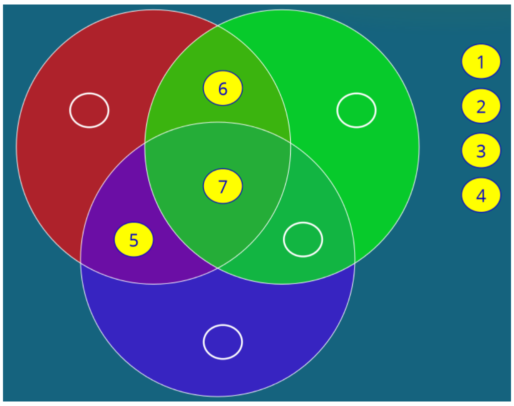
Таке двійкове кодування реалізується за допомогою алгоритму стиснення інформації Шеннона. Основна ідея цього алгоритму – символи, які зустрічаються частіше, кодуються коротшими двійковими кодами. При цьому, для будь-якого повідомлення, існує єдиний варіант розкодування. Задачу розв'язали від 88% учнів 4-го класу до 95% одинадцятикласників.

14. Круги

Автор - Володимир Ксьондзик, Львів

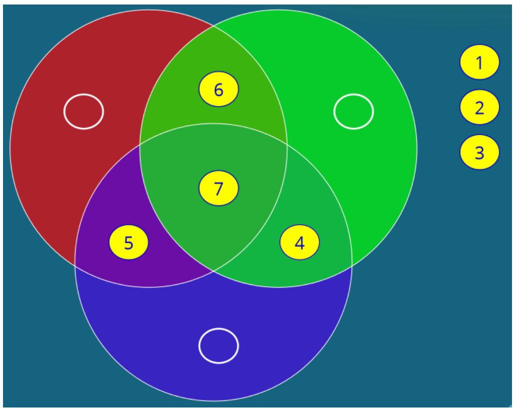
А) Задача для 4-7 класів

У графічному редакторі при накладанні трьох кругів різного кольору утворюються 7 фігур.



Сім монет потрібно розставити таким чином, щоб суми номіналів чотирьох монет у кожному крузі були однаковими.
Три монети вже розташовані. Розставте чотири інші монети.

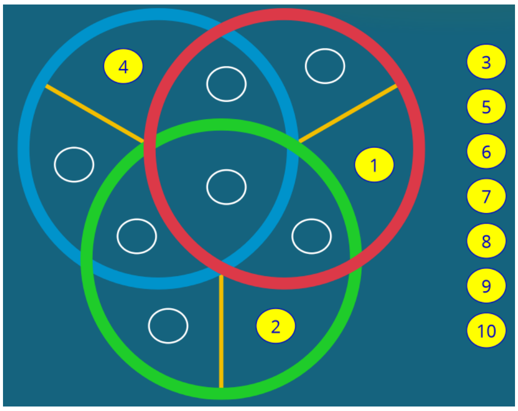
Підказка.
Ідея розв'язку полягає у тому, що монети номіналами **4**, **5** і **6** повинні належати фігурам, сусіднім з центральною фігурою:



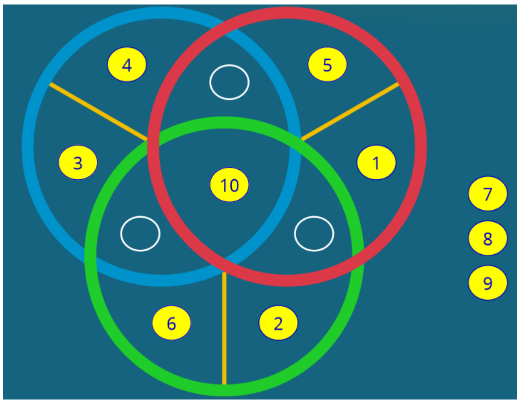
Після цього розташувати монети номіналами **1**, **2** і **3** не складно.
Задачу розв'язали 43% учнів.

Б) Задача для 8-9 класів

Три круги та три відрізки утворюють 10 фігур, кожна з яких обмежена трьома лініями. Десять монет потрібно розставити по цих фігурах таким чином, щоб суми номіналів п'яти монет у кожному крузі були однаковими і якнайбільшими.
Три монети вже розташовані.
Розставте сім інших монет.



Підказка.
Щоб шукані суми були якнайбільшими, монета найбільшого номіналу **10** повинна знаходитись у центральній фігурі. Тоді вона належатиме кожному з трьох кругів.
Наступні три монети з найменшими номіналами **3**, **5** і **6** повинні знаходитись якнайдальше від центру. Причому їхні суми з відповідними сусідніми монетами повинні становити відповідно **6**, **7** і **8**:

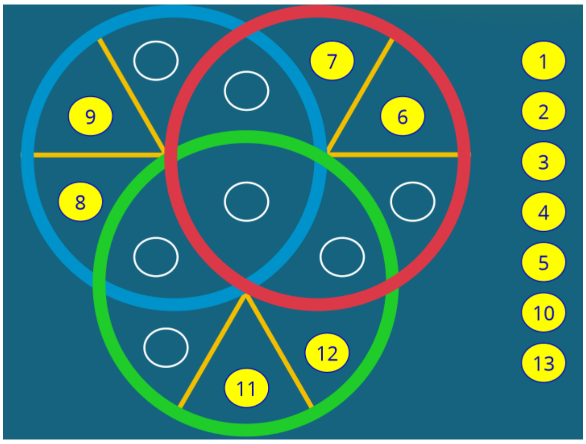


Після цього, монети номіналами **7**, **8** і **9** потрібно розставити таким чином, щоб сума двох з них у червоному колі дорівнювала 17, у синьому – 16, у червоному – 15.

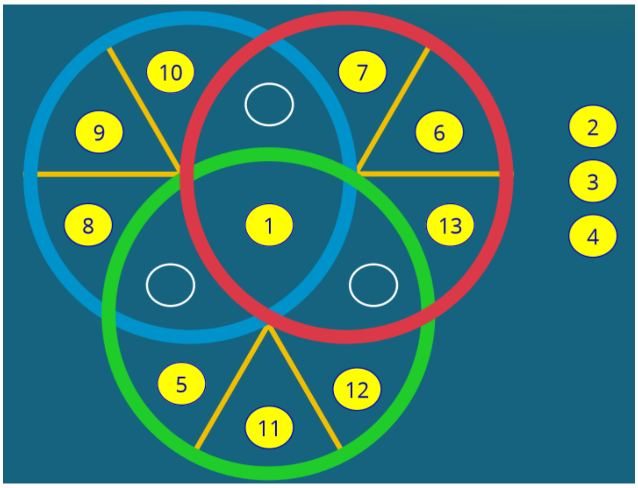
Розставте їх самостійно.
Задача виявилась найскладнішою.
Її розв'язали лише 5% учнів.

В) Задача для 10 - 11 класів

Кожний з трьох кругів розбитий на 6 ділянок, як вказано на малюнку.
Тринадцять монет потрібно розставити по цих ділянках таким чином, щоб суми номіналів шести монет у кожному крузі були однаковими і якнайменшими.
Шість монет вже розташовані. Розставте сім інших монет.



Підказка. Щоб шукані суми були якнайменшими, монета найменшого номіналу **1** повинна знаходитись у центральній фігурі. Тоді вона належатиме кожному з трьох кругів.
Наступні три монети з найбільшими номіналами **13**, **10** і **5** повинні знаходитись якнайдальше від центру. Причому їхні суми з двома сусідніми монетами кожного круга повинні становити відповідно 26, 27 і 28:



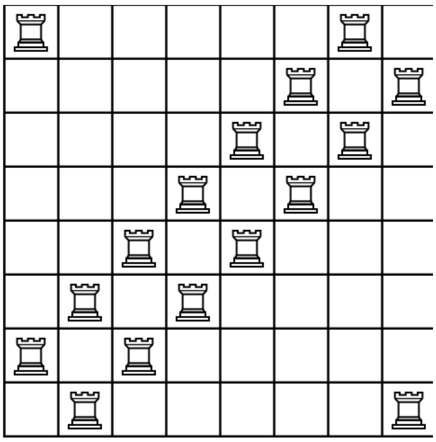
Останні три монети розставте самостійно.
Задачу розв’язали 9% учнів.

15. Тури

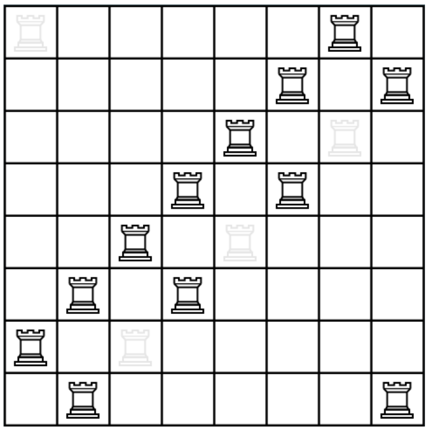
автор - Ву Ван Люань, В'єтнам

А) Задача для 6-7 класів

16 тур розставлені на шаховій дошці.
На кожній вертикалі та горизонталі є по дві тури.
Заберіть з дошки вісім тур таким чином, щоб на кожній вертикалі та горизонталі залишилось по одній турі.
Тура знімається з дошки кліканням мишкою.



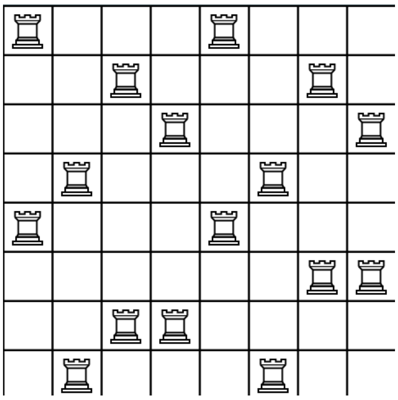
Розв'язування. Існує багато способів розв'язування цієї задачі. На першому кроці ми можемо зняти будь-яку туру. Наприклад, знімемо туру з лівого верхнього кутка. Після цього ми повинні обов'язково зняти наступні три тури:



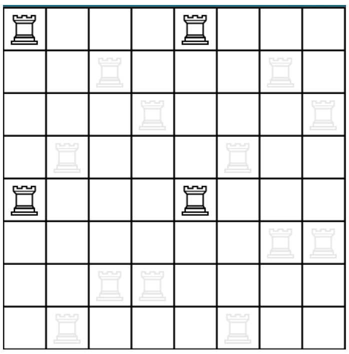
Тепер ми можемо або залишити, або зняти праву нижню туру. В залежності від цього, однозначно визначаються три останні тури, які потрібно знятти. Виберіть ці тури.
Здадчу розв'язали 75% учнів.

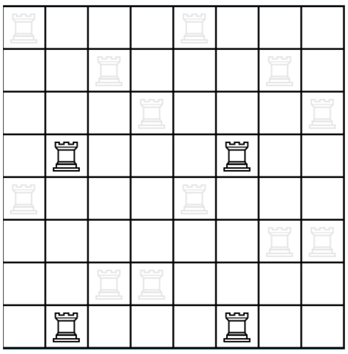
Б) Задача для 8-9 класів.

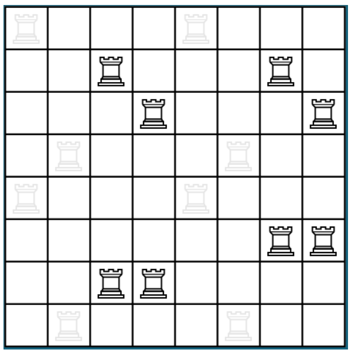
Задача відрізняється від попередньої лише трохи складнішим початковим розташуванням тур:



Розв'язування.
Можна помітити, що існує три групи тур:



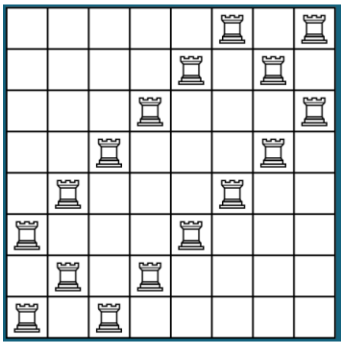




У кожній з цих груп існує по два варіанти видалення половини наявних тур.
Задачу розв'язали 67% учасників конкурсу.

В) Задача для 10-11 класів

16 тур розставлені на шаховій дошці. На кожній вертикалі та горизонталі є по дві тури. Потрібно зняти з дошки вісім тур таким чином, щоб на кожній вертикалі та горизонталі залишилось по одній турі.
Отримайте один з розв'язків. Додатково вкажіть, скільки всього є різних розв'язків. Два розв'язки різні, якщо вони відрізняються положенням хоча б однієї тури.



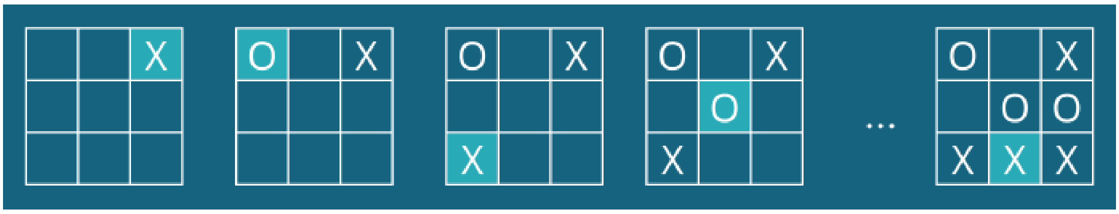
Розв'язування.
Тут існує дві, незв'язані між собою, групи по вісім тур. Для кожної групи існує по два варіанти видалення половини наявних тур. Тобто, всього є чотири різних розв'язки.
32% старшокласників отримали один з ров'язків і отримали за задачу 2 бали.
Ще 18% учнів розв'язали задачу повністю.

16. Хрестики-нулики

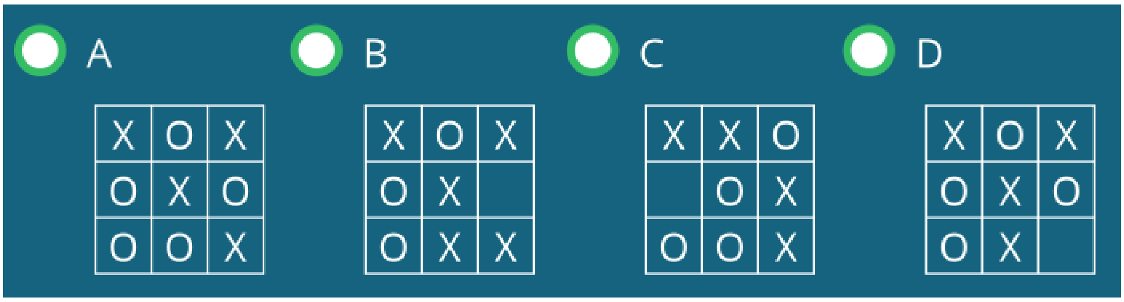
автор - Мартінс Опманіс, Латвія
(6 - 11 класи)

Нагадаємо правила відомої гри "Хрестики-нулики". На полі розмірами 3*3 по черзі один з гравців малює хрестики, а другий — нулики. Перемагає той, хто поставить три свої знаки на одній прямій. Після цього гра зразу припиняється. Якщо ніхто не зміг поставити три знаки на одній прямій, гра закінчується внічию.

Знизу показано чотири перших ходи однієї гри та її завершальна позиція.



Вкажіть, яка з наступних позицій може бути завершальною позицією при грі згідно правил:



Відповідь: С.
Позиція **A** неможлива. Гра повинна була завершитись після того, як один з гравців за чотири ходи поставив три хрестики по діагоналі. Але, після цього другий гравець поставив п'ятий нулик.
Позиція **B** неможлива, бо один гравець зробив п'ять ходів, а інший – лише три ходи.
У позиції **D** гра ще не завершена. Один з суперників повинен зробити п'ятий хід.
Правильну відповідь дали від 23% шестикласників до 37% одинадцятикласників.

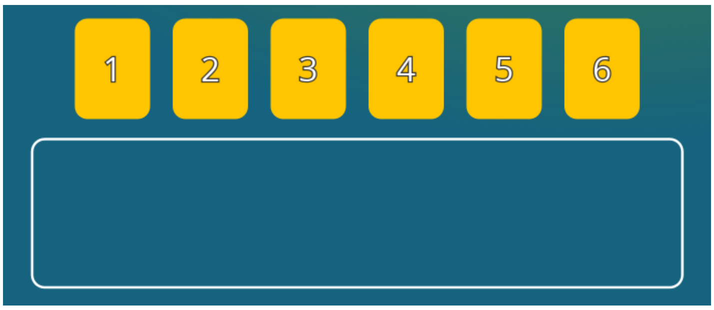
17. Число

автор – Ростислав Шпакович, Львів

А) Задача для 6-7 класів

Розставте 6 карток у рядок знизу таким чином, щоб отримати найменше шестицифрове число.

При цьому повинні виконуватись наступні умови:
4→1, 1→2, 4→5, 2→3, 5→2, 3→6.
Умова **a→b** означає, що картка з цифрою **a** повинна стояти лівіше від картки з цифрою **b**.



Розв'язування:

Можна використати наступний жадібний алгоритм:

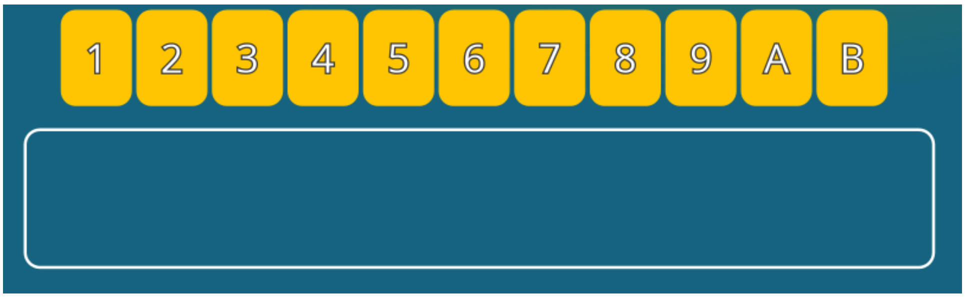
1. Починаємо з найменшого числа:
   1 2 3 4 5 6
2. Перевіряємо умову **4→1.**
   Найменше число, що її задовільняє, таке:
   2 3 4 1 5 6
3. Аналогічно задовільняємо другу умову **1→2:**
   3 4 1 2 5 6
4. Третя умова вже виконується, тому зразу задовільняємо четверту умову **2→3:**
   4 1 2 3 5 6
5. Задовільняємо п'яту умову **5→2:**
   4 1 5 2 3 6
   Після цього шоста умова виконується автоматично.

Задачу розв'язали 51% учнів.

Б) Задача для 8 - 9 класів

Розставте 11 карток у рядок знизу таким чином, щоб утворити з них найменше число у дванадцятковій системі числення.

У цій системі числення символи **A** і **B** відповідають числам **10** і **11** у десятковій системі числення.



При цьому повинні виконуватись наступні умови:

1) 1 → 2	5) 3 → 5	9) 7 → 9
2) 1 → 6	6) 3 → 4	10) 1 → B
3) 2 → 3	7) 5 → 7	11) B → A
4) 6 → 5	8) 7 → 8	12) A → 7

Розв'язування.

I спосіб

Можна використати алгоритм розв'язування попередньої задачі:

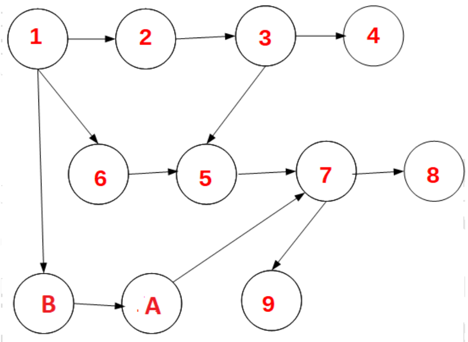
1. Починаємо з найменшого числа:
   1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B
2. Три перші умови виконуються, тому зразу зодовільняємо четверту умову **6→5:**
   1 2 3 4 6 5 7 8 9 A B
3. Аналогічно задовільняємо одинадцяту умову **B→A:**
   1 2 3 4 6 5 7 8 9 B A
4. Задовільняємо останню **умову A→ 7.** При цьому, умови 8) - 11) не повинні порушуватись:
   1 2 3 4 6 5 B A 7 8 9

II спосіб

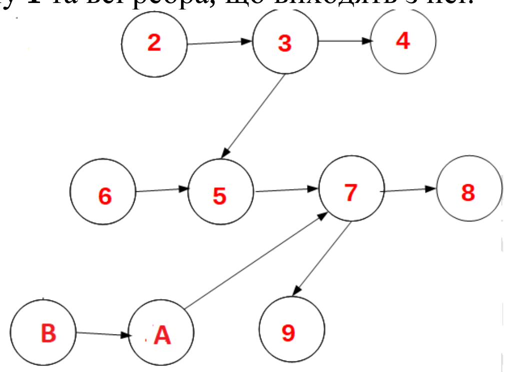
Розв'язування першим способом може бути досить громіздким при великій кількості початкових умов. При перевірці кожної наступної умови і отриманні найменшого числа, що задовільняє цю умову, потрібно перевіряти, чи не перестала виконутись одна з попередніх умов.

Наприклад, як це робилось у пункті **4** при розв'язуванні задачі першим способом.

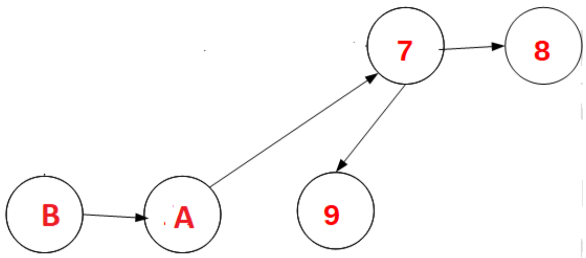
У таких випадках більш ефективним є **метод топологічного сортування:**
Сформулюємо цю задачу у термінах теорії графів.
Будемо вважати кожну цифру вершиною графа, а кожну накладену умову – направленим вектором (дугою) між відповідними вершинами.
Зокрема, у даній задачі граф складається з 12 вершин, зв'язаних 12 дугами:



1) Лише вершина **1** не має вхідних дуг.
   Тому цифра **1** повинна бути першою цифрою шуканого числа.
   Видаляємо з графа вершину **1** та всі ребра, що виходять з неї:



2) Тепер є три кандидати на другу цифру шуканого числа - вершини **2, 6, B.**
   Зрозуміло, що вибираємо вершиу з найменшою цифрою **2**. Видаляємо з графа вершину **2** і дугу, що виходить з нею.
3) Аналогічно визначаємо третю, четверту, п'яту та шосту цифри шуканого числа.
   Отрисуємо перші шість цифр шуканого числа – **123465...**
   Опрацьований граф після цього матиме такий вигляд:



4) Кандидатом на сьому цифру числа є лише вершина **B.**
   Отримати остаточну відповідь тепер нескладно.

Задачу розв'язали 51% учнів.

B) Задача для 10 – 11 класів

Розставте 15 карток у рядок знизу таким чином, щоб утворити з них найменше число у шістнадцятковій системі числення. Нагадаємо, що у цій системі числення символи **A, B, C, D, E, F** відповідають числам **10, 11, 12, 13, 14, 15** у десятковій системі числення.

При цьому повинні виконуватись наступні умови:

1) 1 → C	6) D → 6	11) 4 → 8
2) B → D	7) 2 → E	12) 4 → 9
3) C → D	8) 2 → A	13) 4 → 7
4) C → 2	9) 3 → 4	14) 3 → A
5) D → 3	10) A → 5	

Розв'язування.
На відміну від задач попередніх рівнів, розв'язати цю задачу першим способом дуже важко.
Її розв'язали лише 6% старшокласників.
Тому тут більш ефективним є метод топологічного сортування.
Спробуйте самі розв'язати задачу графічним способом (див. задачу попереднього рівня).
Графічний спосіб розв'язування теж може бути занадто громіздким при великій кількості вершин і ребер.
Тоді, для кожної картки доцільно скласти список карток, які повинні стояти зліва від неї.
Проілюструємо цей спосіб на даній задачі:

1. Набір списків вхідних ребер для кожної з 15 вершин має такий вигляд:

1: -	**6: D**	**B: -**
2: C	**7: 4**	**C: 1**
3: D	**8: 4**	**D: B, C**
4: 3	**9: 4**	**E: 2**
5: A	**A: 2, 3**	**F: -**

Бачимо, що у вершин **1, B і F** немає вхідних дуг. Тому першою і другою цифрами шуканого числа будуть **1** і **B** відповідно. Видаляємо вершини **1** і **B** з набору списків вхідних ребер.

2. Після цього маємо дві вершини, у яких немає вхідних ребер – **C** і **F**. Третьою цифрою шуканого числа вибираємо менше значення **C** і видаляємо **C** з набору списків вхідних ребер.

   Початок шуканого числа має вигляд: **1BC…**

   Набір списків вхідних ребер у ще не використані вершини набув такого вигляду:

	6: D	
2: -	**7: 4**	
3: D	**8: 4**	**D: -**
4: 3	**9: 4**	**E: 2**
5: A	**A: 2, 3**	**F: -**

3. Тепер 3 вершини не мають вхідних ребер: **2, D, F.**

   Тому четвертою цифрою шуканого числа буде найменша з них цифра **2.**

   Відповідно, видалямо вершину **2** з набору списків вхідних ребер.

   Завершіть розв'язування задачі цим способом самостійно.

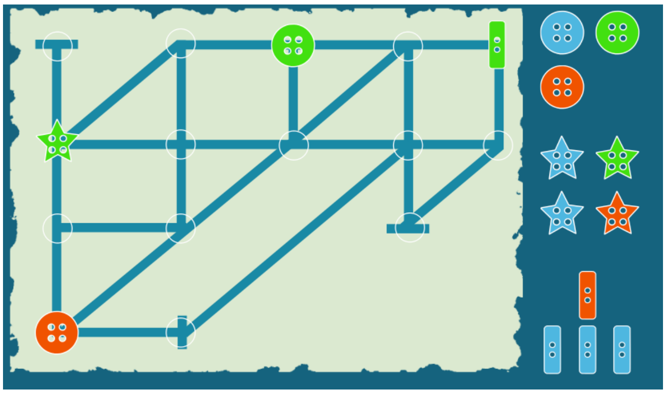
18. Гудзики

автор – Марта Ядвіга Бужаньска, Польща

(8 - 11 класи)

15 гудзиків потрібно пришити до сукна. Їх можна пришивати лише на перетинах голубих ліній. Кожні два сусідні гудзики, що з'єднані голубою лінією, повинні бути різного кольору та різної форми.

Олеся вже пришила 4 гудзики. Розставте 11 гудзиків, що залишились, на відповідні місця.

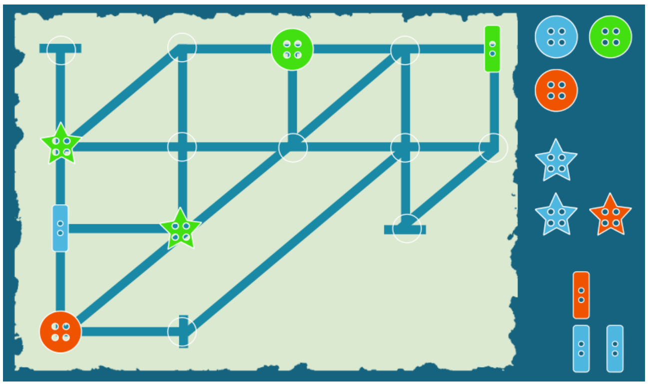


Розв'язування.

Розв'язати задачу повним перебором всіх можливих варіантів дуже складно через їхню велику кількість.

Тому потрібно спочатку пришивати ці гудзики, місце яких визначається однозначно.

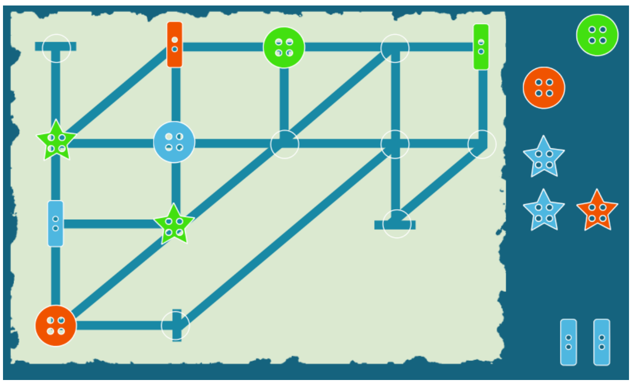
Зрозуміло, що у крайньому лівому ряді між зеленою зірочкою і червоним кругом повинен бути синій прямокутник. Після цього однозначно визначається, що справа від цього прямокутника потрібно пришити зелену зірочку:



Після цього очевидних ходів немає. Тому потрібно вибрати стратегію, як мінімізувати кількість перебору можливих варіантів.

Виявляється, що зверху у другому зліва рядку можна пришити **лише або червоний, або синій прямокутник.**

Розглянемо перший з цих варіантів і виберемо червоний прямокутник. Тоді зразу під ним може бути лише синій круг:

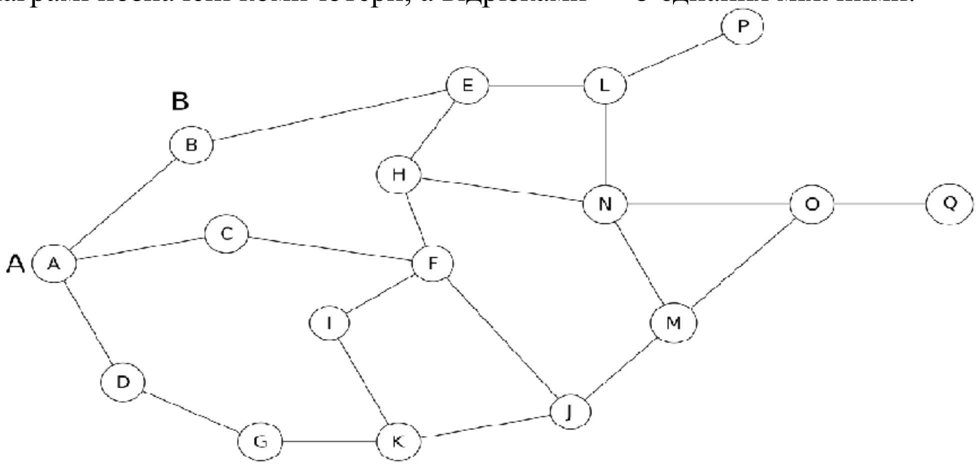


Тепер справа від синього гудзика може бути лише червоний прямокутник, але його у нас вже немає. Отже вибір червоного прямокутника був неправильним.
Тому відмініть останні два ходи, поставте синій прямокутник замість червоного, і розв’яжіть задачу до кінця.
Для учнів 8 – 9 класів задача виявилась складнішою, ніж для старшокласників.
Її розв’язали 39% учнів 8-9 класів та 65% учнів 10-11 класів.

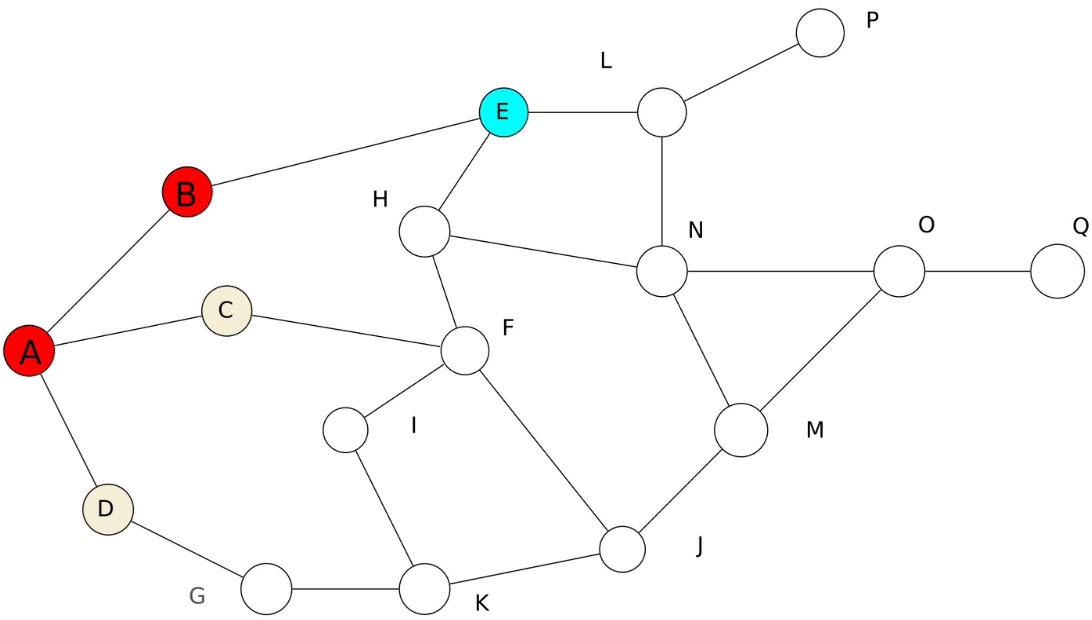
19. Мережа

автор – Дейвід Кларк, Нова Зеландія
(8-11 класи)

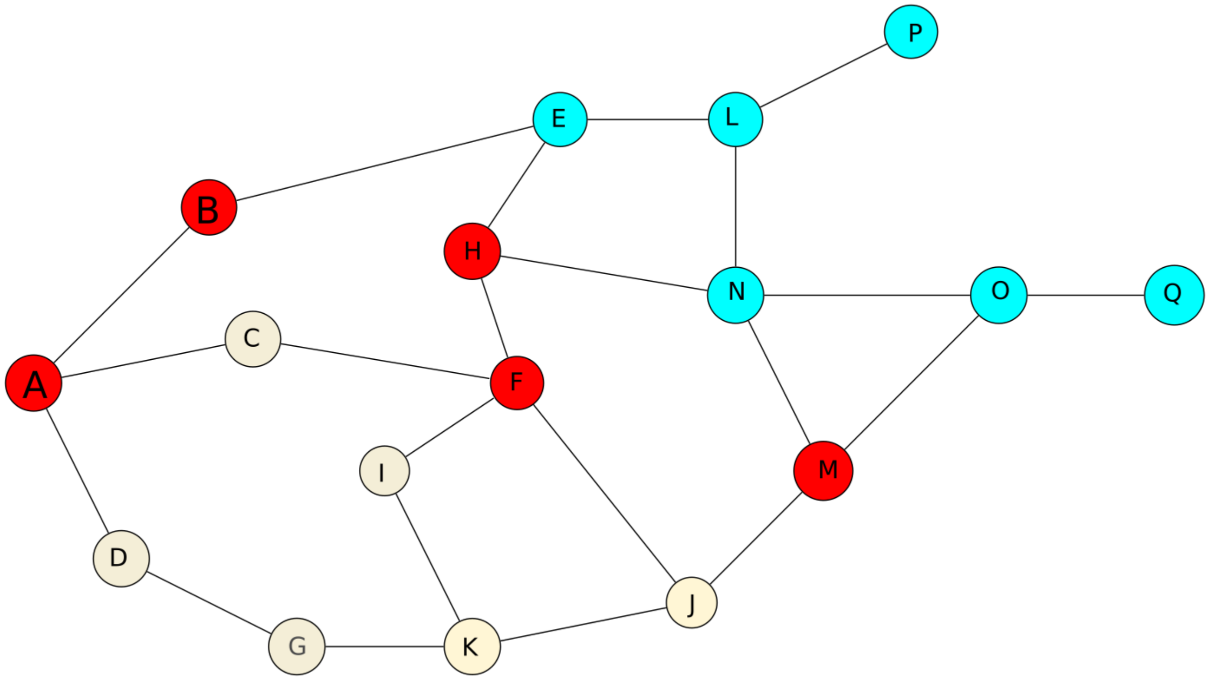
Кругами на діаграмі позначені комп’ютери, а відрізками — з’єднання між ними.



Комп’ютер A заражений вірусом StuxNet, а комп’ютер B - вірусом RoXX3.
На початку кожного дня всі віруси поширююься на комп’ютери, напряму з’єднані з зараженими.
Якщо якийсь комп’ютер заражається обома вірусами, він зразу ж виходить з ладу і надалі не поширює вірусів. Через кілька днів кожний комп’ютер або заражений, або поламаний.
Скільки комп’ютерів залишились працюючими, але зараженими вірусом RoXX3?
Розв’язування.
Комп’ютери, заражені або лише вірусом RoXX, або лише вірусом StuxNet, або вже вийшли з ладу, замальовуватимемо відповідно голубим, жовтим або червоним кольором.
Першого дня вірусом RoXX3 будуть заражені комп’ютери A і E, а вірусом StuxNet – комп’ютери B, C і D. В результаті комп’ютери A і B вийдуть з ладу і ми отримаємо таку картину:



Через кілька днів ми отримаємо такий стан мережі:



Отже, вірусом RoXX3 будуть заражені 6 працюючих ком’ютерів.
Задачу розв’язали від 21% восьмикласників до 35% одинадцятикласників.

20. Тайник

Автор – Володимир Ксьондзик, Львів
(8 - 11 класи)

Тайник замасковано шафою з висувними шухлядками, пронумерованими від 1 до 35.
Для того, щоб відкрити тайник, потрібно витягнути рівно шість шухлядок.

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25
26	27	28	29	30
31	32	33	34	35

Відомо, що всі номери цих шухлядок є цифрами Фібоначчі і їхня сума дорівнює 64.
Числа Фібоначчі - це послідовність, у якій перші два числа дорівнюють одиниці, а кожне наступне число дорівнює сумі двох попередніх:
1, 1, 2, 3, 5, 8...
Виділіть шухлядки, які потрібно витягнути, щоб попасти у тайник.

Розв’язування.
Спочатку запишемо всі номери шухлядок, які є числами Фібоначчі:
1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34.
Таких шухлядок 8, і сума їхніх номерів дорівнює **87**.
Щоб визначити номери шести потрібних шухлядок, потрібно відкинути дві зайві шухлядки, сума номерів яких дорівнює 23. Легко переконатись, що це номери 2 і 21.
Відповідь: 1, 3, 5, 8, 13, 34.
Задачу розв’язали 22% учнів 8-9 класів та 47% учнів 10 – 11 класів.
Примітка.
Недавно міжнародна спільнота вирішила, що доцільніше перейменувати наш конкурс, як ***«International Challenge on Informatics and Computational Thinking».***
Українською мовою це можна перекласти, як ***«Міжнародний конкурс з інформатики та комп’ютеризованого мислення****». Це означає також, що заохочується застосування відомих комп’ютерних програм та засобів для ефективнішого розв’язання конкретних завдань. Покажемо на цій задачі, як використання електронних таблиць значно полегшує процес її розв’язування.*

1. Спочатку отримаємо всі номери шухлядок, які є числами Фібоначчі.
   Для цього у комірки **A1** і **B1** електронної таблиці запишемо два перші числа Фібоначчі.
   Всі наступні числа Фібоначчі отримаємо записом у комірку **C1** формули: **=A1+B1**
   та подальшим її копіюванням вправо. На жовтому тлі – отримані номери шухлядок.
2. Всього таких номерів – вісім. Обчислимо їх суму у комірці **L1**: **=SUM(B1:I1)**
3. Запишемо у комірку **L2** потрібну суму шести правильно вибраних номерів комірок.
4. Надлишкову суму двох зайвих номерів обчислюємо у комірці **L3**: **=L1-L2**
   Тепер легко побачити, що зайві номери – це числа 2 і 21.
   Шукані номери шухлядок виділено зеленим шрифтом.

L1 =SUM(B1:I1)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	1	1	2	3	5	8	13	21	34		Сума номерів шухлядок - чисел Фібоначчі	87
2											Потрібна сума	64
3											Надлишкова сума	23

21. Ідентифікація

Автор – Ульріх Кісмюляр, Німеччина
(10 - 11 класи)

Головний бобер лісу Борн сконструював розумний пристрій, який за розмірами кожної тварини пробує визначити, чи є вона бобром.

Приклад роботи пристрою:

Нехай вже відомо, що тварини розміру 5 та 13 є бобрами, а тварини розміру 1 та 9 — ні.
Пристрій послідовно фіксує трьох тварин розмірами 2, 4 і 3.
В базу даних автоматично вноситься наступна інформація:
2-й розмір — не бобер, 4-й розмір — бобер.
Про 3-й розмір інформація в базу не вноситься, оскільки цей розмір рівно посередині між 2-м та 4-м розмірами.

Наступного ранку база даних має такий вигляд:

Розмір	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Бобер	Ні	Ні		Так	Так				Ні				Так

Протягом дня пристрій фіксує тварин різних розмірів у такій послідовності:

7, 6, 10, 11, 12, 7, 8.

Як виглядатиме база даних у кінці дня?
Внесіть відповідні зміни у таблицю.

Розв'язування.

Задачі такого типу часто розглядаються у німецьких школах.
Але вона виявилась досить незвичною для наших учнів.
Її розв'язали лише 2% учасників конкурсу.

Тому розглянемо процес її розв'язування детально:

1) Розмір **7** рівно посередині між розмірами **5** і **9**. Тому пристрій не зміг ідентифікувати першу тварину розміру **7**.
2) Розмір **6** близький до розміру **5**, тому тварина розміру **6** ідентифікується, як бобер.
3) Розмір **10** близький до розміру **9**, тому тварина розміру **10** ідентифікується, як не бобер.

Після фіксації перших трьох тварин таблиця має наступний вигляд:

Розмір	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Бобер	Ні	Ні		Так	Так	Так			Ні	Ні			Так

4) Наступна зафіксована тварина розміру **11** ідентифікується як не бобер.
5) Розмір **12** рівно посередині міє розмірами **11** і **13**. Тому пристрій не зміг ідентифікувати тварину розміру **12**.
6) Наступна зафіксована тварина розміру **7** ідентифікується як бобер. Тому, що розмір **7** вже близький до розміру **6**. Саме цього не врахували більшість учнів.
7) Останню зафіксовану тварину розміру **8** пристрій не зміг ідентифікувати.
   Відповідь:

Розмір	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Бобер	Ні	Ні		Так	Так	Так	Так		Ні	Ні	Ні		Так

22. Свічки

Автор – Ліам Джордан, Ірландія
(10 - 11 класи)

Семен щороку, на свій день народження, прикрашає торт кольоровими свічками у формі цифр, які вказують його вік.
У нього є такі свічки трьох кольорів:

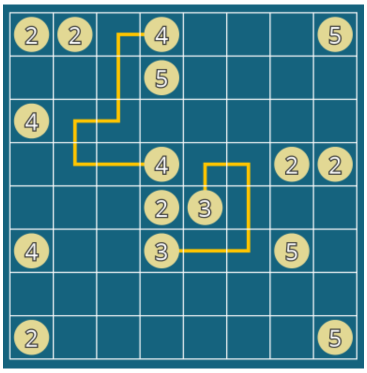
Кожного разу, коли на торті дві свічки однакового кольору, він отримає додатковий подарунок. Сьогодні йому 28 років і він отримує цей подарунок. Семен підрахував, що наступний додатковий подарунок він отримає через два роки. Друзі пообіцяли, що вони будуть дотримуватись цієї традиції до сторічного ювілею Семена.
Скільки років триватиме найбільша перерва між двома послідовними додатковими подарунками?

Розв'язування.

Можна помітити, що в межах кожного десятка подарунки отримуються через три роки:
30, 33, 36, 39,
41, 44, 47,
52, 55, 58 і т.д.
Отже найбільша перерва у п'ять років буде двічі:
перед досягненням Семеном віку 52 та 82 роки.
Таку відповідь отримали 22% учасників конкурсу.

23. Плата

Автор – Галина Гапиченко, Миколаїв
(10 - 11 класи)



Вихованці гуртка «Юні радіоаматори» міста Бебрасленд отримали наступне завдання.

На платі є вісім пар виходів. Між відповідними виходами кожної пари потрібно протравити доріжки. Кількість поворотів кожної доріжки повинна дорівнювати числу, вказаному на її виходах.

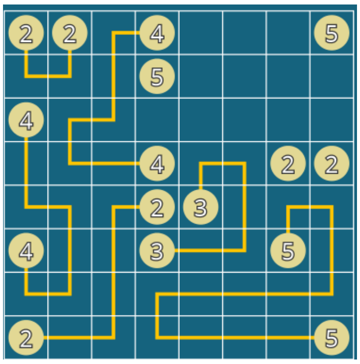
Через кожну порожню клітинку повинна проходити рівно одна доріжка.

Дві доріжки вже протравлені. Допоможіть гуртківцям завершити роботу.

Починайте кожну доріжку з одного з її кінців.

Послідовно проклікайте по всіх клітинках доріжки.

Розв’язування.



Наступні чотири доріжки такі:

Останні дві доріжки прокладіть самостійно.

Задачу розв’язали 38% учасників конкурсу.